Examenul de bacalaureat 2011
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 5

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $\left(\sqrt{2},\sqrt{5}\right)\cap\mathbb{Z}=\{2\}$.

5p **2.** Determinați valorile reale ale lui m pentru care dreapta $x=2$ este axa de simetrie a parabolei $y=x^2+mx+4$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea $[0,2\pi)$ ecuația $\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.

5p **4.** Determinați $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$, pentru care $C_n^2+A_n^2=18$.

5p **5.** Determinați $a\in\mathbb{R}$ pentru care dreptele $d_1: ax+y+2011=0$ şi $d_2: x-2y=0$ sunt paralele.

5p **6.** Fie x un număr real care verifică egalitatea $\operatorname{tg}x+\operatorname{ctg}x=2$. Arătați că $\sin 2x=1$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & x^2\\ 0 & 1 & 2x\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, unde $x\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Arătați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y)$, oricare ar fi $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\left(A(x)-A(y)\right)^{2011}=O_3$, pentru orice $x,y\in\mathbb{R}$.

5p **c)** Determinați inversa matricei $A(x)$, unde $x\in\mathbb{R}$.

2. Se consideră $\alpha\in\mathbb{C}$ şi polinomul $f=X^3+(1-\alpha)X^2+(\alpha-2)iX+\alpha+(\alpha-2)i\in\mathbb{C}[X]$.

5p **a)** Arătați că polinomul f are rădăcina -1.

5p **b)** Arătați că, dacă p,q sunt numere complexe şi polinomul $g=X^2+pX+q\in\mathbb{C}[X]$ are două rădăcini distincte, complex conjugate, atunci p şi q sunt numere reale şi $p^2<4q$.

5p **c)** Determinați $\alpha\in\mathbb{C}$ pentru care polinomul f are două rădăcini distincte, complex conjugate.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\ln(x+1)-\ln(x-1)$.

5p **a)** Arătați că funcția f este strict descrescătoare pe $(1,+\infty)$.

5p **b)** Determinați asimptotele graficului funcției f.

5p **c)** Calculați $\lim\limits_{x\to+\infty} xf(x)$.

2. Se consideră funcția $f:[1,2]\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-3x+2$.

5p **a)** Calculați $\int_1^4 f\left(\sqrt{x}\right)dx$.

5p **b)** Calculați aria suprafeței determinate de graficul funcției $g:[1;2]\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ şi de axa Ox.

5p **c)** Arătați că $(4n+2)\int_1^2 f^n(x)dx+n\int_1^2 f^{n-1}(x)dx=0$.